А. А. Емельянов

Стохастические сетевые модели массового обслуживания

Коммуникационные системы и сетевая организация сферы услуг стали причинами нового этапа развития двух направлений исследования операций — имитационного моделирования и теории массового обслуживания. В статье рассматриваются стохастические модели сетей массового обслуживания.

В реальной действительности существуют многочисленные объекты, в которых требования последовательно проходят несколько систем массового обслуживания (как одноканальных, так и многоканальных), например:

- сети связи, компьютерные сети, телекоммуникационные системы;
- разветвленные или распределенные системы сферы услуг;
- образовательные системы, реализующие недетерминированные учебные планы (например, дополнительного образования или профессиональной подготовки в заочной или дистанционной форме, но с очной сессией).

Эти системы образуют более или менее сложную сеть, характеризуемую, с одной стороны, структурой, т. е. связями, существующими между системами, составляющими сеть, а с другой стороны, свойствами самих систем. Понятно, что аналитическое исследование подобной сети в общем виде чрезвычайно затруднительно. Однако некоторые типы сетей, как мы увидим в настоящей статье, оказываются удивительно простыми.

Рассмотрим сначала частный случай сети, для которого примем исходные предположения только в отношении составляющих систем; мы будем предполагать, что в этих системах могут образовываться неограниченные очереди, т. е. в каждой системе массового обслуживания, составляющей сеть, длительность ожидания и длина очереди не ограничиваются.

Линейные стохастические сети. Сети, которые мы исследуем в настоящей статье[1], могут быть построены путем соединения конечного числа M систем массового обслуживания и внешнего источника заявок следующим образом. Требования, выходящие из системы i $(i=1,2,\dots,M)$ с постоянной вероятностью d_{ij} $(j=1,2,\dots,M)$, поступают в систему j (если $j=i,2,\dots,M$) или покидают сеть $(j=0)$. С другой стороны, требования от внешнего источника поступают в сеть; вероятность того, что какое-нибудь из этих требований поступит в систему j $(j=1,2,\dots,M)$, равна d_{0j}. Очевидно, должно иметь место равенство

$$\sum_{j=0}^{M} d_{ij},\ i = 0,\ 1,\ 2,\ \dots,\ M, \tag{1}$$

причем $d_{00}=0$ (предположение $d_{00}\neq 0$ не представляет практического интереса).

Мы будем называть такую сеть *линейной стохастической сетью*; этот термин представляется оправданным, так как вероятность поступления требования в систему j в течение интервала $(t, t+dt)$ является линейной комбинацией с постоянными коэффициентами вероятностей выхода требований из разных систем сети d_{ij}.

В дальнейшем для упрощения изложения мы будем рассматривать внешний источник как нулевую систему сети; особенность этой системы состоит в том, что она содержит бесконечное число требований.

Структура сети может быть представлена *графом*, пример которого показан на рис. 1. Не следует смешивать такой граф, который мы будем называть *графом передач* сети,

[1] Первые публикации по сетям этого вида с несколько иными обозначениями принадлежат А. Кофману и Р. Крюону [1].