

Обобщенный принцип нечеткого расширения на основе нечеткой композиции для эффективных вычислений при моделировании в условиях неопределенности

А.С. Федулов¹, В.В. Борисов^{1*}, М.И. Дли^{1,2}

¹Филиал Национального исследовательского университета «МЭИ» в г. Смоленске, Смоленск, Россия

²Университет «Синергия», Москва, Россия

*vbor67@mail.ru

Аннотация. Эффективность выполнения операций над нечетко представленными данными (нечеткими множествами и отношениями) при моделировании объектов в условиях неопределенности во многом определяется сложностью организации нечетких вычислений, которая, как правило, основывается на предложенном Л. Заде принципе расширения с использованием четкой функции в качестве отображения. При определенных условиях операции над функциями принадлежности нечетких множеств и отношений, базирующиеся на принципе расширения Л. Заде, равнозначны интервальным операциям над их α -уровнями, которые вычисляются существенно проще. Доказательство этих результатов основывается на теореме Х. Нгуена. В ряде работ организация нечетких вычислений обобщается на случай нечеткого отображения между функциями принадлежности нечетких множеств и отношений на основе обобщенного принципа нечеткого расширения. Однако в этих исследованиях до сих пор не была решена проблема представления и доказательства возможности реализации этого принципа при переходе от операций над функциями принадлежности нечетких множеств и отношений к альтернативным операциям над их α -уровнями. В статье описывается реализация нечеткого отображения между нечеткими множествами и отношениями, основанная на нечеткой композиции функций принадлежности нечетких множеств и нечетких отношений. Предлагается трактовка обобщенного принципа нечеткого расширения, основанного на нечеткой композиции характеристических функций α -уровней нечетких множеств и отношений, а также базирующийся на этом принципе метод нечетких вычислений. Доказано условие равнозначности результатов нечеткой композиции на основе двух рассмотренных подходов, а также выполнена сравнительная оценка сложности вычислений и степени параллелизма при их реализации. Использование предлагаемого обобщенного принципа нечеткого расширения и базирующегося на нем метода нечетких вычислений позволяет существенно упростить и распараллелить реализацию нечетких вычислений при моделировании в условиях неопределенности за счет использования нечисловых (логических) операций над значениями характеристических функций α -уровней нечетких множеств и отношений вместо вычислительных операций над действительными значениями функций принадлежности этих нечетких множеств и отношений. Полученные результаты являются развитием теории нечетких вычислений и востребованы для эффективной реализации операций над нечетко представленными данными в задачах моделирования объектов и процессов в условиях неопределенности.

Ключевые слова: нечеткое множество, нечеткое отношение, нечеткое отображение, нечеткая композиция, метод нечетких вычислений, моделирование в условиях неопределенности, обобщенный принцип нечеткого расширения, α -уровень нечеткого множества и отношения, характеристическая функция

Для цитирования: Федулов А.С., Борисов В.В., Дли М.И. Обобщенный принцип нечеткого расширения на основе нечеткой композиции для эффективных вычислений при моделировании в условиях неопределенности // Прикладная информатика. 2026. Т. 21. № 2. С. 83–101. DOI: 10.37791/2687-0649-2026-21-2-83-101.

© Федулов А.С., Борисов В.В., Дли М.И., 2026.

Generalized Fuzzy Expansion Principle based on fuzzy composition for efficient computing in modeling under uncertainty conditions

A. Fedulov¹, V. Borisov^{1*}, M. Dli^{1,2}

¹Branch of the National Research University "MPEI" in Smolensk, Smolensk, Russia

²Synergy University, Moscow, Russia

*vbor67@mail.ru

Abstract. The effectiveness of operations on fuzzy presented data (fuzzy sets and relations) in the tasks of modeling under uncertainty conditions is largely determined by the complexity of fuzzy computing, which, as a rule, is based on L. Zadeh's Extension Principle using a crisp function. Operations on membership functions of fuzzy sets and relations, based on the Extension Principle, are equivalent to interval operations on their α -levels, which are much simpler to computing. The proof of these results is based on Theorem H. Nguyen. The implementation of fuzzy computing is generalized to the case of a fuzzy mapping between membership functions of fuzzy sets and relations based on the Generalized Fuzzy Expansion Principle. However, the problem of representing and proving the possibility of implementing the Generalized Fuzzy Expansion Principle in the transition from operations on membership functions of fuzzy sets and relations to alternative operations on their α -levels has not yet been solved. This paper describes the implementation of a fuzzy mapping between fuzzy sets using a fuzzy relation, based on an approach to the fuzzy composition of membership functions of fuzzy sets and fuzzy relations. An alternative approach to the interpretation of the Generalized Fuzzy Expansion Principle is proposed, based on the fuzzy composition of characteristic functions of α -levels of fuzzy sets and relations, as well as the method of fuzzy computing based on this principle. The paper proves the equivalence of the results of fuzzy composition based on the two approaches considered, as well as a comparative assessment of the complexity of computing and the degree of parallelism in their implementation. The use of the proposed Generalized Fuzzy Expansion Principle and the fuzzy computing method based on it makes it possible to significantly simplify the implementation of fuzzy computing by using non-numerical (logical) operations on the values of characteristic functions of α -levels of fuzzy sets and relations instead of computational operations on the real values of the membership functions of these fuzzy sets and relations.

Keywords: fuzzy set, fuzzy relation, fuzzy mapping, fuzzy composition, fuzzy computing method, modeling under uncertainty conditions, Generalized Fuzzy Expansion Principle, α -level of fuzzy set and relation, characteristic function

For citation: Fedulov, A., Borisov, V., & Dli, M. (2026). Generalized Fuzzy Expansion Principle based on fuzzy composition for efficient computing in modeling under uncertainty conditions. *Journal of Applied Informatics*, 21(2), 83–101. <https://doi.org/10.37791/2687-0649-2026-21-2-83-101>

© Fedulov A., Borisov V., Dli M., 2026.

Введение

В большинстве исследований, посвященных нечеткому анализу и моделированию, организация вычислений над нечеткими множествами и отношениями основывается на пред-

ложенном Л. Заде (L. Zadeh) принципе расширения (обобщения) (*Extension Principle*). Использование этого принципа позволяет расширить вычисления над четкими множествами на область нечетких множеств с использованием обычной, четкой функции в качестве